



研究与开发

基于模糊逻辑控制的自适应低相关序列设计算法

郭晓金, 雍鸣洁, 王泽宇

(重庆邮电大学通信与信息工程学院, 重庆 400065)

摘要: 具有低峰均功率比 (peak-to-average power ratio, PAPR) 的低相关序列在正交频分多址 (orthogonal frequency division multiple access, OFDMA) 等多载波通信系统中得到广泛应用。针对现有的基于几何碰撞模型的低相关序列设计算法 (low-coherence sequence design algorithm, LOCEDA) 缺乏对优化状态的自适应感知能力, 以及在复杂的约束条件下收敛速度慢、性能不理想等问题, 提出了一种基于模糊逻辑控制的自适应低相关序列设计算法 (fuzzy-logic-controlled adaptive low-coherence sequence design algorithm, FLC-LOCEDA)。该算法在现有的低相关序列设计算法的基础上, 引入模糊逻辑控制器 (fuzzy logic controller, FLC) 构建参数自适应调节机制。FLC 根据算法迭代过程中的相关性改善率和 PAPR 违例程度实时计算序列更新步长与碰撞解决轮数, 在满足严格 PAPR 约束的前提下自动调节算法的全局搜索和局部优化之间的平衡。通过仿真验证得出, 与 LOCEDA 相比, FLC-LOCEDA 在大幅降低时间复杂度的同时, 显著提升了收敛速度。特别是在低 PAPR 约束条件下, 该算法将收敛所需的迭代次数减少了约 63.1%, 并将最优互相关性进一步降低了约 12.6%, 表明其在解决多目标约束序列设计问题上具有有效性与鲁棒性。

关键词: 序列设计; 低相关性; 峰均功率比; 模糊逻辑控制; 自适应算法

中图分类号: TN929.5

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.DXKX250723

Adaptive low-coherence sequence design algorithm based on fuzzy logic control

Guo Xiaojin, Yong Mingjie, Wang Zeyu

School of Communications and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications,
Chongqing 400065, China

Abstract: Low-coherence sequences with low peak-to-average power ratio (PAPR) are widely applied in multicarrier communication systems such as orthogonal frequency division multiple access (OFDMA). To address the issues that the existing low-coherence sequence design algorithm (LOCEDA) based on a geometric collision model lacked adaptive sensing capability for optimization status and suffered from slow convergence speed and unsatisfactory perfor-

收稿日期: 2025-12-17; 修回日期: 2026-03-23

通信作者: 雍鸣洁, 2442072385@qq.com

基金项目: 重庆市自然科学基金创新发展联合基金资助项目 (中国星网) (No.CSTB2023NSCQ-LZX0114)

Foundation Item: Chongqing Natural Science Foundation Joint Fund for Innovation and Development(China SatNet) (No. CSTB2023NSCQ-LZX0114)

mance under complex constraints, an fuzzy-logic-controlled adaptive low-coherence sequence design algorithm (FLC-LOCEDA) was proposed. Based on the existing LOCEDA, a fuzzy logic controller (FLC) was introduced to construct a parameter adaptive adjustment mechanism. The sequence updating step size and collision resolution rounds were calculated in real-time by the FLC according to the correlation improvement rate and PAPR violation degree during the iterative process, and the balance between global search and local optimization was automatically adjusted under the premise of strictly satisfying PAPR constraints. It was verified through simulations that, compared with the existing LOCEDA, the convergence speed was significantly improved and the time complexity was greatly reduced by FLC-LOCEDA. In particular, under low PAPR constraints, the number of iterations required for convergence was reduced by approximately 63.1%, and the optimal cross-correlation was further decreased by about 12.6%. The effectiveness and robustness of the FLC-LOCEDA algorithm in solving multi-objective constraint sequence design problems were demonstrated.

Key words: sequence design, low-coherence, peak-to-average power ratio, fuzzy logic control, adaptive algorithm

0 引言

在5G移动通信系统的商用部署以及6G通信技术研究的推动下,现代无线通信网络正朝着超高速率、超大连接数和超低时延的方向飞速演进^[1-3]。在非正交多址接入(non-orthogonal multiple access, NOMA)、大规模多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)以及海量机器类通信等关键技术中,序列设计有着至关重要的作用。文献[4]中所讨论的免调度接入(grant-free)就是NOMA技术在海量物联网场景下的具体实现形式,文献[4]的核心内容是针对海量机器类通信中的grant-free接入场景,提出一种新的确定性非正交签名序列设计方案。文献[5]通过优化训练波束来解决混合毫米波MIMO系统中的信道估计问题,其训练波束设计在数学模型和优化目标上,实际就是一个受约束的序列设计问题。文献[4-5]说明,高质量的序列不仅被广泛应用于信道估计的导频设计,还作为扩频序列被用于区分多用户干扰。

在多载波通信系统中,特别是正交频分多址(orthogonal frequency division multiple access, OFDMA)系统中,序列设计面临着两个核心且往往相互制约的工程约束:互相关性与峰均功率比(peak-to-average power ratio, PAPR)。一方

面,为了降低多用户干扰(multi user interference, MUI)并提升系统在高负荷场景下的接入能力,序列集必须具有极低的互相关性。理想的低相关序列能够逼近Welch界^[6],从而在压缩感知和稀疏信号恢复中保证极高的重构概率^[7]。在OFDMA系统中,虽然子载波保持正交,但在面向5G/6G的海量连接场景下(如NOMA和海量机器类通信),系统往往采用非正交的导频或扩频序列来复用有限的时频资源,此时序列设计的互相关性指标不再指向子载波间的正交性,而是指导频序列间的干扰^[8]和用户扩频序列间的干扰^[9]。另一方面,OFDM信号固有的高PAPR问题会使时域信号大幅波动,导致功率放大器进入非线性饱和区,引发严重的带内失真和带外辐射,同时大幅降低能量效率。文献[10]指出,为了支持海量机器类通信,免调度非正交多址接入(grant-free NOMA)被认为是一项极具前景的技术,目前的痛点在于,在免调度码域NOMA中,为了支持大量设备接入,系统迫切需要拥有大集合尺寸、低相关性和低PAPR的扩频序列集。鉴于现有方案难以完美平衡上述需求,本文设计出一组同时兼顾低相关性与严格PAPR约束的序列。

针对序列设计问题,众多学者做了大量的研究,现有的工作主要可以分为以下两类。

第一类是研究最小化序列互相关性的问题,



忽略了 PAPR 限制。经典的工作包括 Zadoff-Chu (ZC) 序列^[11]以及 m 序列。ZC 序列因其优良的特性也被广泛应用于 PAPR 抑制技术中, 如文献[12]将 ZC 序列作为初始相位旋转矢量, 提出了一种循环反馈选择性映射 (selective mapping, SLM) 方法。两者的自相关性能较好, 但是当序列长度较长时, 互相关性的问题难以保证。文献[13]针对非连续正交频分复用系统, 提出了 SLM 与部分传输序列的融合算法, 并进一步引入深度学习模型以在降低 PAPR 的同时优化计算复杂度。之后, 学者们利用 Welch 界理论提出了多种优化算法, 如文献[14]提出的交替投影法、基于迭代碰撞模型的封装算法^[15]、序贯迭代降低相关的算法, 以及使用短非正交导频序列评估大规模 MIMO 的下行链路信道^[8]。文献[5,16]针对海量机器类通信随机接入场景进行了导频设计。在这些研究中, 低相关性导频序列的主要作用是降低多用户导频信号之间的互相关干扰, 从而提高压缩感知算法在接收端进行活跃用户检测和信道估计的成功率。

第二类是相关性和 PAPR 联合优化。为抑制高 PAPR, 部分学者利用 Golay 互补序列的性质, 构造具有 PAPR 约束 (如不超过 2 或 4) 的低相关序列集^[9,17-18]。利用压缩感知的非正交导频设计也被用于联合信道估计与碰撞检测^[19-20]以及低相关性和低 PAPR 序列的构建。但是此类方法灵活性不足, 通常受限于特定的序列长度或数量, 无法应对 OFDMA 系统的任意频谱分配。

针对上述方法的不足, 文献[21]提出低相关序列设计算法 (low-coherence sequence design algorithm, LOCEDA), 通过构建一个新的超球面碰撞几何模型, 将求解非凸约束优化问题简化为几何碰撞问题。LOCEDA 的最大贡献在于, 它可以生成任何长度、任何数量的序列, 轻松实现 OFDMA 系统中的可变量子载波, 满足用户定义的 PAPR 约束。LOCEDA 比现有方法更具弹性和性能, 但在算法收敛速度以及性能方面仍存在一些

不足, 原因在于 LOCEDA 参数整定简单和状态感知缺失, 具体如下。

(1) 参数调节的耦合性与僵化性: LOCEDA 的性能取决于超参数的设置, 包括解决序列间碰撞的步长 τ_{seq} 、解决 PAPR 碰撞的步长 τ_{PAPR} 以及序列碰撞解决的轮数 K 。但 LOCEDA 的步长更新仅依赖当前互相关性是否好于历史最优值的逻辑判断, 并且采用固定的线性比例对 τ_{seq} 与 τ_{PAPR} 同时进行缩放。这种调节方式无法感知改善幅度与优化阶段。

(2) 缺乏对多目标竞争状态的感知: 序列设计本质上是在“降低互相关性”和“满足 PAPR 约束”这两个相互排斥的目标间寻找平衡。LOCEDA 将 PAPR 处理视为一个强制的硬约束内循环, 缺乏对违例程度的量化反馈, 无法感知算法当前处于快速下降区、局部极值陷阱还是强约束受限区。当处于强 PAPR 约束 (如低 PAPR 门限) 时, 算法往往因为过度纠结于满足约束而破坏了互相关性的优化路径, 在破坏又修正的死循环中浪费了大量计算资源, 这也是其在低 PAPR 条件下性能恶化的根本原因。

由于序列设计问题的非凸性和多目标约束性, 其优化曲面复杂, 很难精确建模来推理步长更新规律, 模糊逻辑控制器 (fuzzy logic controller, FLC) 是利用知识的智能控制策略, 也是解决不确定性和非线性系统的有效方法之一。它将专家在调参中的经验抽象成控制的规则, 适用于处理无法精确建模的参数自适应问题。为此, 本文提出了一种基于模糊逻辑控制的自适应低相关序列设计算法 (fuzzy logic controlled adaptive low-coherence sequence design algorithm, FLC-LOCEDA)。本文的主要思想是将智能控制引入迭代的优化回路中, 通过 FLC 的非线性控制推理来自动调整超参数。本文的主要贡献如下。

(1) 建立了基于模糊逻辑的参数自适应框架: 针对原算法无法量化优化状态的缺陷, 设计

了一个双输入、三输出的 FLC 系统，将其内嵌于 LOCEDA 的迭代循环中。通过引入相关性改善率与 PAPR 违例程度作为状态变量，使算法能够实时感知当前是处于快速下降区、震荡区还是强约束受限区，从而打破了原算法的盲目性。

(2) 构建了非线性参数自适应推理规则：针对原算法简单线性步长更新的局限性，将专家调参经验转化为模糊推理规则。利用非线性映射代替固定的线性缩放，实现了在不同优化阶段对搜索步长和修正力度的平滑、动态调节。

(3) 实现了计算资源的动态分配：针对原算法在强约束下内循环计算冗余的问题，首次将碰撞解决轮数作为动态控制变量。在约束冲突严重时自动分配更多轮数以优先保障可行性，在寻优顺利时减少轮数以提升效率，从而在保证性能的同时显著降低了时间复杂度，解决了低 PAPR 下收敛慢的问题。

本文把发射机硬件约束（低 PAPR）当作前提条件，只需要满足该条件即可，重点是最大化接收机的信号处理性能。发射机将低 PAPR 作为序列设计的约束条件，是为了确保序列在经过 OFDM 调制后，时域信号的波动范围处于功率放大器的线性工作区内，避免非线性失真并保障能量效率。对于接收机，将序列互相关性作为算法的核心优化目标，降低多用户干扰，提升接收端活跃用户检测和信道估计的准确性。

1 低相关性低 PAPR 序列设计原理

1.1 信号模型与问题建模

令 $\mathcal{P} \triangleq \{\mathbf{p}_n\}_{\forall n \in \mathcal{N}}$ 表示待设计的序列集，其中 $\mathbf{p}_n \in \mathbf{C}^L$ 且满足单位范数约束 $\|\mathbf{p}_n\| = 1, \forall n \in \mathcal{N}$ ， \mathbf{C}^L 为 L 维的复数向量空间， $\mathcal{N} \triangleq \{1, 2, \dots, N\}$ 为序列索引集， L 表示序列长度， N （满足 $N > L$ ）表示集合 \mathcal{P} 的基数，也称为序列数。

在 OFDMA 系统中，子载波分配策略由索引

向量 $\mathbf{c} \in \mathbf{N}_+^L$ 决定，即从总数为 N_C 的子载波中选取 L 个子载波分配给序列集 \mathcal{P} ， \mathbf{N}_+^L 表示长度为 L 的正整数向量空间。假设序列的第 l 个元素映射到第 $\mathbf{c}(l)$ 个子载波上，则第 n 个序列 \mathbf{p}_n 对应的时域信号 $x_n(t)$ 可以表示为：

$$x_n(t) = \frac{1}{\sqrt{N_C}} \sum_{l=1}^L \mathbf{p}_n(l) \exp^{2\pi j \mathbf{c}(l)t}, t \in [0, 1) \quad (1)$$

第 n 个序列 \mathbf{p}_n 对应的 PAPR 记为 $\text{PAPR}(\mathbf{p}_n)$ ，其定义^[9]为：

$$\text{PAPR}(\mathbf{p}_n) = \frac{\max_{t \in [0, 1)} |x_n(t)|^2}{\int_0^1 |x_n(t)|^2 dt} \approx L \max_{s \in \mathcal{S}} |\mathbf{w}_s^H \mathbf{p}_n|^2 \quad (2)$$

其中， $\mathcal{S} \triangleq \{1, 2, \dots, N_S\}$ 为时域离散采样点的索引集，且 N_S （满足 $N_S \geq N_C$ ）表示时间区间 $[0, 1)$ 内的时域离散采样点总数。此外，辅助向量 $\mathbf{w}_s(l)$ 的定义为 $\mathbf{w}_s(l) \triangleq \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(-\frac{2\pi j \mathbf{c}(l)(s-1)}{N_S})$ ，且满足 $\|\mathbf{w}_s\| = 1, \forall s \in \mathcal{S}$ 。

为了衡量序列间的干扰水平，定义集合 \mathcal{P} 的最大互相关性^[6]为：

$$\mu(\mathcal{P}) = \max_{m \neq n, \forall m, n \in \mathcal{N}} |\mathbf{p}_m^H \mathbf{p}_n| \quad (3)$$

序列设计的目标是构建一个序列集 \mathcal{P} ，在严格满足硬件层面的功率约束下，降低其互相关性 $\mu(\mathcal{P})$ 。具体而言，为了抑制非线性失真并提升功率放大器的效率^[22]，必须确保所有序列的 PAPR 低于预设阈值 Γ_{PAPR} 。基于上述要求，该多目标约束优化问题可公式化的建模为：

$$\mathcal{Q}_1: \mathcal{P}^* = \underset{\mathbf{p}_n \in \mathbf{C}^L, \forall n \in \mathcal{N}}{\text{argmin}} \mu(\mathcal{P}) \quad (4)$$

$$\text{s.t. } \text{PAPR}(\mathbf{p}_n) \leq \Gamma_{\text{PAPR}}, \forall n \in \mathcal{N} \quad (5)$$

$$\|\mathbf{p}_n\| = 1, \forall n \in \mathcal{N} \quad (6)$$

1.2 算法模型

问题 \mathcal{Q}_1 本质上是一个包含非凸二次约束的极大极小优化问题。为了实现对该问题的有效求



解, 本文引入辅助变量 Γ_{mut} 将目标函数转化为约束条件, 并将代数约束映射为高维空间中的几何碰撞模型。

将式 (2) 和式 (3) 代入问题 \mathcal{Q}_1 , 并将问题等价转化为如下形式:

$$\mathcal{Q}_2: \{\mathcal{P}^*, \Gamma_{\text{mut}}^*\} = \underset{p_n \in \mathcal{C}^L, \forall n \in \mathcal{N}, \Gamma_{\text{mut}} > 0}{\text{argmin}} \Gamma_{\text{mut}} \quad (7)$$

$$\text{s.t.} \left| \mathbf{p}_m^H \mathbf{p}_n \right| \leq \Gamma_{\text{mut}}, m \neq n, \forall m, n \in \mathcal{N} \quad (8)$$

$$\left| \mathbf{w}_s^H \mathbf{p}_n \right| \leq \sqrt{\Gamma_{\text{PAPR}}/L}, \forall n \in \mathcal{N}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (9)$$

$$\|\mathbf{p}_n\| = 1, \forall n \in \mathcal{N} \quad (10)$$

其中, Γ_{mut} 为互相关性的上界, 是一个用于最小化互相关性的辅助变量。在求解问题 \mathcal{Q}_2 时, 受文献[8]的启发, 求解策略采用分步迭代法, 就是固定 Γ_{mut} 寻找可行序列集 \mathcal{P} , 随后动态收紧 Γ_{mut} 以逼近理论下界。

为了在问题 \mathcal{Q}_2 中针对给定的 Γ_{mut} 寻找可行的解 \mathcal{P} , 本文采用序列逐次优化策略, 在优化每个序列时保持其他序列固定。以第 n 个序列 \mathbf{p}_n 的优化为例, 当辅助变量 Γ_{mut} 和其他序列 $\{\mathbf{p}_m\}_{m \neq n, \forall m \in \mathcal{N}}$ 固定时, 可将问题 \mathcal{Q}_2 重构为以下形式:

$$\mathcal{Q}_3: \mathbf{p}_n^* = \underset{p_n \in \mathcal{C}^L}{\text{argmin}} \Gamma_{\text{mut}} \quad (11)$$

$$\text{s.t.} \left| \mathbf{p}_m^H \mathbf{p}_n \right| \leq \Gamma_{\text{mut}}, m \neq n, \forall m \in \mathcal{N} \quad (12)$$

$$\left| \mathbf{w}_s^H \mathbf{p}_n \right| \leq \sqrt{\Gamma_{\text{PAPR}}/L}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (13)$$

$$\|\mathbf{p}_n\| = 1 \quad (14)$$

上述代数约束在几何上可直观地解释为高维单位超球面上的区域排斥问题。本文将序列向量 $\{\mathbf{p}_n\}_{\forall n}$ 和单位范数向量 $\{\mathbf{w}_s\}_{\forall s}$ 视为超球面表面的点。

(1) 互相关性约束的几何化。式 (12) 等价于要求序列向量 \mathbf{p}_n 与 \mathbf{p}_m 之前的欧氏距离不小于特定阈值。这可以形象地建模为以 \mathbf{p}_n 为中心, 以 \mathbf{p}_m 为中心半径, 同为 R_{seq} 的序列超球面不得发生碰

撞 (即重叠)。若发生碰撞, 则意味着 $\left| \mathbf{p}_m^H \mathbf{p}_n \right| > \Gamma_{\text{mut}}, m \neq n, \forall m \in \mathcal{N}$, 违反了互相关性约束。

(2) PAPR 约束的几何化。同理, 式 (13) 定义了以 $\{\mathbf{w}_s\}_{\forall s}$ 为中心的 PAPR 超球面, 半径为 R_{PAPR} 。若序列 \mathbf{p}_n 进入该超球面范围即发生碰撞, 则意味着 $\left| \mathbf{w}_s^H \mathbf{p}_n \right| > \sqrt{\Gamma_{\text{PAPR}}/L}, \forall s \in \mathcal{S}$, 即违反了 PAPR 约束。

基于上述几何模型, 复杂的非凸优化问题被转化为一个物理上的“多体防碰撞”问题。算法的核心机制为通过迭代计算斥力向量, 动态调整所有超球面的位置, 直到系统内所有“序列-序列”和“序列-PAPR”的碰撞完全消除, 从而获得满足约束的可行解。

2 算法改进

针对传统 LOCEDA 在复杂约束下缺乏对优化状态的自适应感知能力、收敛性能受限的问题, 本文提出了 FLC-LOCEDA。该算法建立在“超球面碰撞”几何模型之上, 将复杂的非凸约束优化问题转化为直观的几何位移问题。在此基础上引入 FLC, 通过实时感知算法的寻优状态 (相关性改善率与 PAPR 违例率), 动态调谐序列更新步长与碰撞解决轮数, 从而在保证 PAPR 约束严格满足的前提下, 显著提升了序列的互相关性与收敛速度。

LOCEDA 的算法性能依赖于其超参数 (相关性步长 τ_{seq} 、PAPR 步长 τ_{PAPR} 和碰撞轮数 K) 的静态调整。该算法设计了一个简单的步长自调整方法, 但这是线性的, 并仅取决于是否改进的二元信息, 而无法处理两个目标之间的非线性动态平衡 (搜索过程中的相关性优化和 PAPR 约束)。本文设计了基于 Mamdani 模型的 FLC 来构成 FLC-LOCEDA, 该 FLC 是一个双输入三输出的自适应控制器, 嵌入 LOCEDA 的主循环中, 代替原参数更新机制。

FLC-LOCEDA 成功的关键在于其对算法寻优状态的精确感知。控制理论研究证实, FLC 具备优秀的通用逼近能力, 不仅能基于数据对未知的非线性动态进行精准建模, 还能解决复杂系统内的状态约束难题^[23]。这种能力使得算法能够像处理非线性控制系统一样, 实现对优化过程状态的实时估计与动态响应。文献[23]指出自适应模糊控制能够通过在线参数调节, 确保系统信号在满足全状态约束的前提下保持有界收敛。借鉴这一思想, 本文算法利用模糊推理感知相干性的非线性下降趋势, 通过 PAPR 违规率感知约束边界的逼近程度。基于这种精确的状态感知, FLC-LOCEDA 能够智能输出非线性的平滑调节因子, 克服了 LOCEDA 固定步长的局限性, 实现了收敛速度与求解精度的双重提升。

2.1 FLC 的设计

2.1.1 模糊化与隶属函数

FLC 定义了两个输入变量来量化算法的实时动态。

(1) 相关性改善率 $\Delta\mu$, 该输入定义为:

$$x_1(t) = \Delta\mu(t) = \mu_{\min}^{(t-K_1)} - \mu_{\min}^{(t)} \quad (15)$$

其中, K_1 表示观测周期, $\mu_{\min}^{(t)}$ 表示截至第 t 次迭代观测的全局最优互相关性。为了量化算法在相关性维度上的收敛速度, 该精确值通过隶属函数被模糊化为 Stagnant (停滞) 和 Improving (改善) 两个模糊集。

(2) PAPR 违例比率为 R_{vio} , 该输入定义为:

$$x_2(t) = R_{vio} = \frac{\text{count}_{vio}}{N \cdot N_S} = \frac{1}{N \cdot N_S} \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^{N_S} \mathbb{I} \left(\left\| \bar{d}_{n,s} \right\| < \sqrt{2(1 - \sqrt{\Gamma_{PAPR}/L})} \right) \quad (16)$$

其中, N 为序列数量, N_S 为采样点数, $\left\| \bar{d}_{n,s} \right\|$ 为第 n 个序列与第 s 个 PAPR 约束点的欧氏距离, $\mathbb{I}(\cdot)$ 表示指示函数。为了量化算法对 PAPR 约束的

满足程度, 该精确值通过隶属函数被模糊化为 Low (低违例) 和 High (高违例) 两个模糊集。FLC 的输出旨在动态调整算法的 3 个核心控制变量, 相关性步长缩放因子 $f_{\tau_{seq}}$ 、PAPR 步长缩放因子 $f_{\tau_{PAPR}}$ 和动态碰撞轮数 K_{val} , 以响应实时的算法状态。控制器输出 $f_{\tau_{seq}}$ 和 $f_{\tau_{PAPR}}$ 两个步长因子, 分别用于乘法更新 τ_{seq} 和 τ_{PAPR} , 它们的输出模糊集均被定义为 Decrease (缩小)、Keep (保持) 和 Increase (放大); 控制器输出的动态碰撞轮数 K_{val} 将固定的超参数 K 转变为一个动态控制变量, 其输出模糊集被定义为 Low (低)、Medium (中) 和 High (高)。

本文选用三角形隶属函数和梯形隶属函数进行描述, 输入/输出变量的隶属度函数如图 1 所示。

2.1.2 模糊推理机制

推理引擎采用 Mamdani 模糊模型。控制器的输出向量 $\mathbf{y}(t) = (y_1, y_2, y_3)^T$ 分别对应 $f_{\tau_{seq}}$ 、 $f_{\tau_{PAPR}}$ 和 K_{val} 。

根据序列设计过程中的实践经验, 本文建立了如表 1 所示的模糊规则。

控制器的核心决策逻辑由表 1 的 4 条规则构成, 这些规则使算法能够根据实时的收敛状态 $\Delta\mu$ 和约束满足状态 R_{vio} 动态调整寻优策略。详细规则描述如下。

(1) 加速寻优模式。如果 $\Delta\mu$ 为 Improving 且 R_{vio} 为 Low, 表明相关性正在显著改善且 PAPR 违例率很低, 则把 $f_{\tau_{seq}}$ 置为 Increase 以增大相关性步长, $f_{\tau_{PAPR}}$ 置为 Decrease 以减小 PAPR 修正步长, K_{val} 置为 High 以增加内循环次数。此状态表明算法当前正处于可行域内相关性急速下降区域, 控制器采取激进策略, 放大相关性步长并增加碰撞解决轮数以最大化收敛速度, 同时减小 PAPR 步长以避免干扰主优化过程。

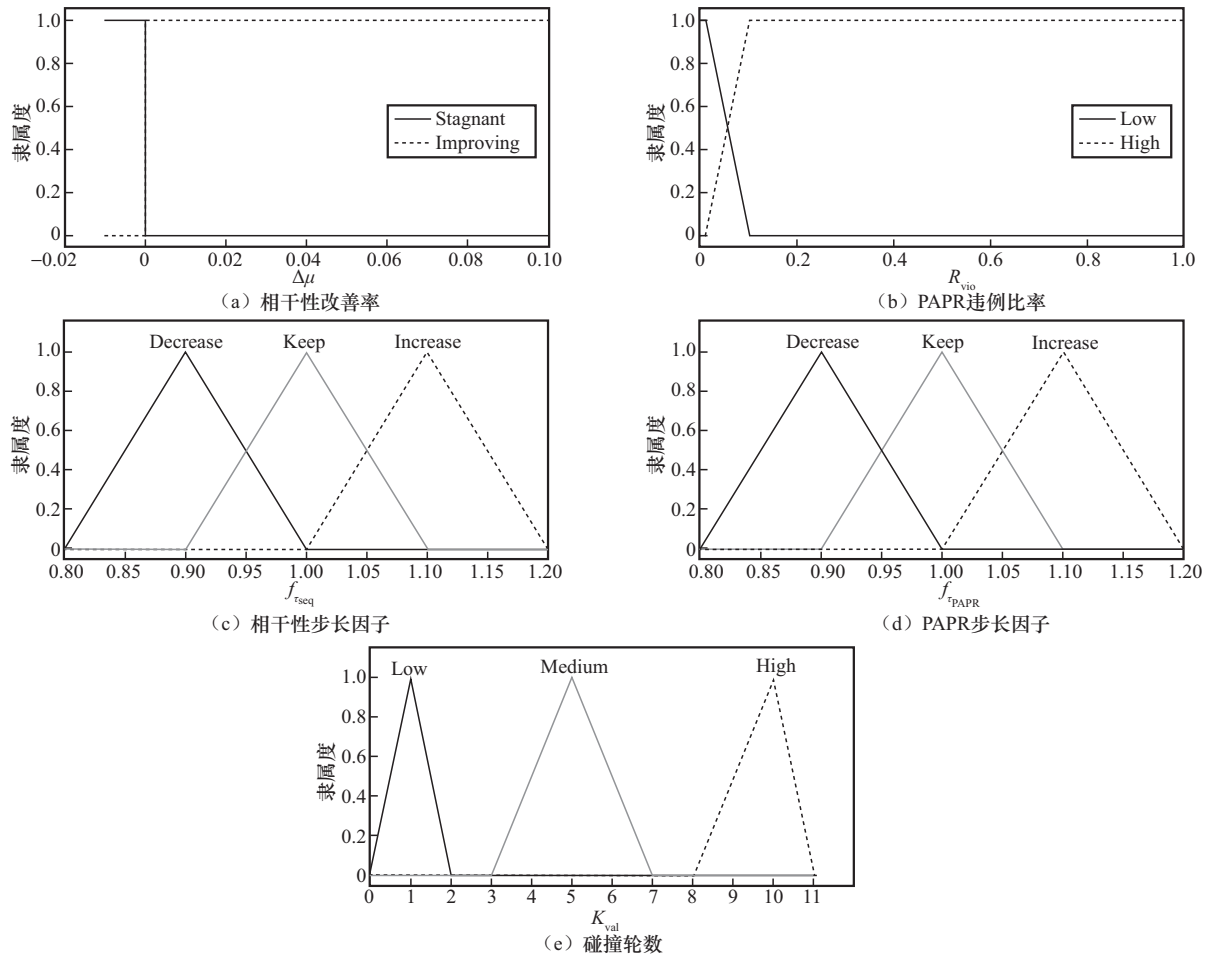


图1 输入/输出变量的隶属度函数

表1 模糊规则

序号	$\Delta\mu$	R_{vio}	$f_{\tau_{seq}}$	$f_{\tau_{PAPR}}$	K_{val}
1	Improving	Low	Increase	Decrease	High
2	Stagnant	Low	Decrease	Decrease	Medium
3	Improving	High	Keep	Increase	Low
4	Stagnant	High	Decrease	Increase	Low

(2) 精细搜索模式。如果 $\Delta\mu$ 为 Stagnant 且 R_{vio} 为 Low, 表明相关性改善停滞但 PAPR 违例率很低, 则把 $f_{\tau_{seq}}$ 置为 Decrease 以减小相关性步长, $f_{\tau_{PAPR}}$ 置为 Decrease 以减小 PAPR 修正步长, K_{val} 置为 Medium 以保持中等内循环。此时算法陷入停滞但约束依然满足, 表明可能在局部最优解附近震荡。控制器采取精细化策略, 缩小相关性步长以进行更细致的局部搜索, 并将碰撞轮数维持在

中等水平, 平衡计算代价与搜索深度。

(3) 约束优先模式。如果 $\Delta\mu$ 为 Improving 且 R_{vio} 为 High, 表明相关性改善良好但 PAPR 违例严重, 则把 $f_{\tau_{seq}}$ 置为 Keep 以保持相关性步长, $f_{\tau_{PAPR}}$ 置为 Increase 以增大 PAPR 修正步长, K_{val} 置为 Low 以减少内循环次数。尽管相关性在改善, 但 PAPR 违例严重, 系统的首要任务转变为“纠正违例”。控制器采取约束优先策略, 保持相关性步长, 放大 PAPR 步长以加强约束力, 同时将相关性计算轮数降至最低, 将计算资源优先分配给 PAPR 碰撞解决步骤。

(4) 强约束修正模式。如果 $\Delta\mu$ 为 Stagnant 且 R_{vio} 为 High, 表明相关性改善停滞且 PAPR 严重违例, 则把 $f_{\tau_{seq}}$ 置为 Decrease 以减小相关性步长,

$f_{\tau_{\text{PAPR}}}$ 置为 Increase 以增大 PAPR 修正步长, K_{val} 置为 Low 以减小内循环次数。此时算法处于既停滞又违例的最差状态。控制器采取强力修正策略, 缩小相干性步长以抑制无效搜索, 放大 PAPR 步长以强制拉回可行域, 并将碰撞轮数降至最低, 全力保证算法的稳定性与可行性。

2.1.3 解模糊与参数更新律

为了获得精确的控制参数, 模型采用重心法 (centroid of area, CoA) 对聚合后的模糊集合进行解模糊处理。第 j 个输出变量的精确值 $y_j^*(t)$ 为:

$$y_j^*(t) = \frac{\int y \cdot \mu_{\text{agg},j}(y) dy}{\int \mu_{\text{agg},j}(y) dy} \quad (17)$$

其中, y 为输出语言变量论域中的积分变量, $\mu_{\text{agg},j}(y)$ 为经规则聚合后的隶属函数曲线。式 (17) 计算的是聚合模糊集合的几何重心, 从而将模糊推断结果转化为精确的控制量 $y_j^*(t)$ 。

FLC 输出的精确控制量可用于更新下一周期的算法超参数, 构成自适应控制率。

(1) 相关性更新步长调整:

$$\tau_{\text{seq}}(t+1) = \tau_{\text{seq}}(t) \cdot y_1^*(t) \quad (18)$$

(2) PAPR 更新步长调整:

$$\tau_{\text{PAPR}}(t+1) = \tau_{\text{PAPR}}(t) \cdot y_2^*(t) \quad (19)$$

(3) 序列碰撞解决轮数调整:

$$K_{\text{val}}(t+1) = \lfloor y_3^*(t) + 0.5 \rfloor \quad (20)$$

通过上述数学模型, FLC-LOCEDA 实现了根据算法实时状态 (如是否陷入局部最优、PAPR 约束是否紧缺) 对搜索步长和深度的非线性自适应调节。在文献[21]中, 其步长更新策略采用 τ_{seq} 与 τ_{PAPR} 同步线性缩放的机制, 即当相关性改善时两者同时扩大到 $(1+\rho)$ 倍, 反之同时缩小到 $(1-\rho)$ 倍。这种参数耦合的方式在处理非凸序列设计问题时存在缺陷。当算法进入相干性优

化与 PAPR 约束满足相冲突的复杂区域时, 通常需要通过非对称的步长调整 (如增大 τ_{PAPR} 以快速脱离不可行域, 同时减小 τ_{seq} 以精细搜索) 来尽快脱离该区域。但是文献[21]中的耦合机制强制两个步长同时增减, 导致算法丧失了多维解空间中灵活转向的能力。这种能力的丧失, 是导致 LOCEDA 容易在约束边界处过早收敛或陷入局部最优的根本原因。相比之下, FLC-LOCEDA 实现了两个步长的解耦控制, 能够根据实时状态独立调节优化力度与约束力度, 从而有效规避了此类局部陷阱。

2.2 基于模糊逻辑的自适应 LOCEDA

FLC-LOCEDA 沿用了原算法的核心思想, 将低相关序列设计问题 \mathcal{Q}_1 转化为高维空间中的超球面碰撞解决问题 \mathcal{Q}_3 。解决碰撞问题的步骤如下。

定义序列集 $\mathcal{P} = \{\mathbf{p}_n\}_{n=1}^N$, 其中每个序列 $\mathbf{p}_n \in \mathcal{C}^L$ 被视为单位超球面上的一个点。算法构建了以下两类虚拟超球面以表征约束条件。

(1) 序列超球面: 以 \mathbf{p}_n 为中心, 半径为 R_{seq} 。两个序列超球面之间的碰撞意味着互相关性约束 $|\mathbf{p}_m^H \mathbf{p}_n| \leq \Gamma_{\text{mut}}$ 被违反。

(2) PAPR 超球面: 以时域采样向量 \mathbf{w}_s 为中心, 半径为 R_{PAPR} 。序列超球面与 PAPR 超球面的碰撞意味着 PAPR 约束 $|\mathbf{w}_s^H \mathbf{p}_n| \leq \sqrt{\Gamma_{\text{PAPR}}/L}$ 被违反。

本文所提算法的目标是通过迭代位移操作, 消除所有类型的超球面碰撞。基于超球面碰撞模型的序列设计几何原理示意图如图 2 所示。

“序列-序列”超球体碰撞的解决方案如下。

互相关性约束 $|\mathbf{p}_m^H \mathbf{p}_n| \leq \Gamma_{\text{mut}}$ 在几何上等价于要求任意两个序列超球面之间不发生重叠。定义序列超球面半径为:

$$R_{\text{seq}} \triangleq \sqrt{0.5(1 - \Gamma_{\text{mut}})} \quad (21)$$

为了量化序列间的相对位置并计算斥力方



向，定义从序列 p_m 指向序列 p_n 的位置差向量 $d_{n,m}$ ：

$$d_{n,m} \triangleq p_n - \frac{p_m^H p_n}{|p_m^H p_n|} p_m \quad (22)$$

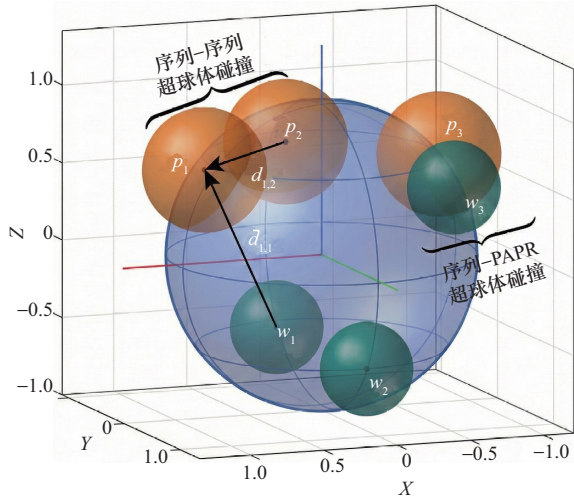


图2 基于超球面碰撞模型的序列设计几何原理示意图

该向量的模长 $\|d_{n,m}\|$ 直接反映了两个序列的互相关性程度，满足关系 $\|d_{n,m}\|^2 = 2 - 2|p_m^H p_n|$ 。若 $\|d_{n,m}\| < 2R_{\text{seq}}$ ，则判定第 n 个与第 m 个序列超球面发生碰撞，即违反了互相关性约束。为了消除碰撞，定义第 n 个序列受到的总斥力位移向量 u_n 为所有碰撞斥力的叠加：

$$u_n = \sum_{m \in C_n} (2R_{\text{seq}} - \|d_{n,m}\|) \frac{d_{n,m}}{\|d_{n,m}\|} \quad (23)$$

其中， $C_n = \{m | m \neq n, \|d_{n,m}\| < 2R_{\text{seq}}\}$ 为序列 p_n 发生碰撞的序列索引集合。更新序列 p_n 如下：

$$p_n \leftarrow \frac{p_n + \tau_{\text{seq}} u_n}{\|p_n + \tau_{\text{seq}} u_n\|} \quad (24)$$

由此，以 τ_{seq} 为步长解决“序列-序列”超球面碰撞。

“序列-PAPR”超球体碰撞的解决：序列的 PAPR 约束 $|w_s^H p_n| \leq \sqrt{\Gamma_{\text{PAPR}}/L}$ 在几何上等价于序列超球面与 PAPR 超球面之间不发生重叠。定义 PAPR 超球面半径为：

$$R_{\text{PAPR}} \triangleq \sqrt{2 \left(1 - \sqrt{\frac{\Gamma_{\text{PAPR}}}{L}} \right)} - R_{\text{seq}} \quad (25)$$

同样的，定义从 PAPR 约束点 w_s 指向序列 p_n 的位置差向量 $\bar{d}_{n,s}$ ：

$$\bar{d}_{n,s} \triangleq p_n - \frac{w_s^H p_n}{|w_s^H p_n|} w_s \quad (26)$$

若 $\|\bar{d}_{n,s}\| < R_{\text{seq}} + R_{\text{PAPR}}$ ，即：

$$\|\bar{d}_{n,s}\| < R_{\text{seq}} + R_{\text{PAPR}} = \sqrt{2 \left(1 - \sqrt{\frac{\Gamma_{\text{PAPR}}}{L}} \right)} \quad (27)$$

则判定发生“序列-PAPR 碰撞”，即违反了 PAPR 约束。

针对 PAPR 违例的修正位移向量 \bar{u}_n 计算如下：

$$\bar{u}_n = \sum_{s \in \bar{C}_n} (R_{\text{seq}} + R_{\text{PAPR}} - \|\bar{d}_{n,s}\|) \frac{\bar{d}_{n,s}}{\|\bar{d}_{n,s}\|} \quad (28)$$

其中， $\bar{C}_n = \{s | \|\bar{d}_{n,s}\| < R_{\text{seq}} + R_{\text{PAPR}}\}$ 为与序列 p_n 发生碰撞的 PAPR 约束点索引集合。通过式 (29) 来更新序列 p_n ：

$$p_n \leftarrow \frac{p_n + \tau_{\text{PAPR}} \bar{u}_n / \|\bar{u}_n\|}{\|p_n + \tau_{\text{PAPR}} \bar{u}_n / \|\bar{u}_n\|\|} \quad (29)$$

由此，以 τ_{PAPR} 为步长解决“序列-PAPR”超球体的碰撞问题。

FLC-LOCEDA 将序列设计过程看成高维空间中球面之间的碰撞解决过程，FLC 实时感知优化状态，更新核心超参数，达到强 PAPR 约束条件下逼近互相关性最小的目标。FLC-LOCEDA 主要由初始化、互相关优化、强 PAPR 约束满足和 FLC 参数更新 4 个步骤组成。

步骤 1 初始化序列集 $\mathcal{P}^{(0)} = \{p_n^{(0)}\}_{n=1}^N$ 。每个序列 $p_n^{(0)}$ 的元素服从标准复高斯分布 $\mathcal{CN}(0, 1)$ ，并进行归一化处理以满足单位范数约束 $\|p_n\| = 1$ 。

设定算法的初始控制参数如下：

- (1) 初始相关性搜索步长 $\tau_{\text{seq}}^{(0)}$ ；

- (2) 初始 PAPR 修正步长 $\tau_{\text{PAPR}}^{(0)}$;
- (3) 初始序列碰撞解决轮数 $K_{\text{val}}^{(0)}$;
- (4) 模糊控制器观测周期 K_1 ;
- (5) 最大迭代次数 I_{max} 。

同时, 初始化互相关性门限辅助变量 Γ_{mut} 为 Welch 界 Γ_{bound} , 并根据式 (21) 和式 (25) 计算初始序列超球面半径 R_{seq} 和 PAPR 超球面半径 R_{PAPR} 。

步骤 2 在第 t 次迭代中, 算法致力于最小化序列间的互相关性。此阶段通过解决“序列-序列”超球面碰撞来实现。根据当前 FLC 输出的动态轮数 $K_{\text{val}}^{(t)}$, 执行 $K_{\text{val}}^{(t)}$ 轮以下更新。

(1) 计算位置差向量。对于任意两个序列 p_n 和 p_m , 计算其几何位置差向量 $d_{n,m}$ 。

(2) 检测碰撞与计算斥力。若 $\|d_{n,m}\| < 2R_{\text{seq}}$, 则判定发生碰撞。第 n 个序列受到的总斥力位移向量 $u_n = \sum_{m \in C_n} (2R_{\text{seq}} - \|d_{n,m}\|) \frac{d_{n,m}}{\|d_{n,m}\|}$, 其中 C_n 为与序列 p_n 发生碰撞的序列集合。

(3) 序列更新。沿 u_n 方向, 以当前步长 $\tau_{\text{seq}}^{(t)}$ 更新序列 p_n , 并保持单位范数约束:

$$p_n \leftarrow \frac{p_n + \tau_{\text{seq}}^{(t)} u_n}{\|p_n + \tau_{\text{seq}}^{(t)} u_n\|} \quad (30)$$

步骤 3 在完成互相关性优化后, 算法必须确保所有序列严格满足 PAPR 约束。此阶段通过解决“序列-PAPR”超球面碰撞来实现。该过程为一个内部循环, 持续执行直至所有 PAPR 违例被消除 ($\bar{C}_n = \emptyset, \forall n$)。

(1) 计算位置差向量。对于序列 p_n 和 PAPR 约束点 w_s , 计算位置差向量 $\bar{d}_{n,s}$ 。

(2) 检测碰撞与计算修正力。若 $\|\bar{d}_{n,s}\| < R_{\text{seq}} + R_{\text{PAPR}}$, 则判定发生 PAPR 违例, 第 n 个序列受到的总修正位移为 \bar{u}_n 。

(3) 序列更新。沿 \bar{u}_n 方向, 以当前步长

$\tau_{\text{PAPR}}^{(t)}$ 更新序列 p_n , 为防止 N_S 较大时位移过大导致震荡, 引入归一化因子:

$$p_n \leftarrow \frac{p_n + \tau_{\text{PAPR}}^{(t)} \frac{\bar{u}_n}{\|\bar{u}_n\|}}{\|p_n + \tau_{\text{PAPR}}^{(t)} \frac{\bar{u}_n}{\|\bar{u}_n\|}\|} \quad (31)$$

(4) 统计违例信息。在此过程中, 累积本轮迭代中的 PAPR 违例总数 $\text{count}_{\text{vio}}$ 用于后续 FLC 的状态输入。

完成一轮迭代后, 计算当前序列集 $\mathcal{P}^{(t)}$ 的最大互相关性 $\mu(\mathcal{P}^{(t)})$, 更新最优解, 若 $\mu(\mathcal{P}^{(t)}) < \mu_{\text{min}}$, 则更新全局最优记录 $\mu_{\text{min}} \leftarrow \mu(\mathcal{P}^{(t)})$ 及最优序列集 $\mathcal{P}_{\text{best}} \leftarrow \mathcal{P}^{(t)}$ 。同时通过动态调整序列超球面半径 R_{seq} 来平衡探索与开发: 若 $\mu(\mathcal{P}) < \mu_{\text{min}}$, 说明发现新的最优解, 微量增大 R_{seq} 以进一步压缩搜索空间; 若 $\mu_{\text{min}} \leq \mu(\mathcal{P}) \leq \Gamma_{\text{mut}}$, 说明陷入局部平坦区, 显著增大 R_{seq} 以跳出当前局部最优; 若 $\mu(\mathcal{P}) > \Gamma_{\text{mut}}$, 说明约束过紧导致无解, 减小 R_{seq} 以返回可行域。

步骤 4 每隔 K_1 次迭代, 算法激活 FLC, 对超参数进行一次自适应调整。计算状态输入向量 $x(t) = [\Delta\mu, R_{\text{vio}}]^T$, 将 $x(t)$ 输入 FLC, 根据预设的模糊规则库, 计算输出控制量的模糊集合。采用重心法解模糊得到精确缩放因子 $y^*(t) = [y_1^*, y_2^*, y_3^*]^T$, 并更新下一周期的控制参数:

$$\begin{cases} \tau_{\text{seq}}^{(t+1)} = \tau_{\text{seq}}^{(t)} \cdot y_1^* \\ \tau_{\text{PAPR}}^{(t+1)} = \tau_{\text{PAPR}}^{(t)} \cdot y_2^* \\ K_{\text{val}}^{(t+1)} = \lfloor y_3^*(t) + 0.5 \rfloor \end{cases} \quad (32)$$

其中, y_1^* 、 y_2^* 、 y_3^* 分别为 $f_{\tau_{\text{seq}}}$ 、 $f_{\tau_{\text{PAPR}}}$ 和 K_{val} 。

算法重复执行上述步骤, 直至达到最大迭代次数 I_{max} 或连续未改善次数超过预设阈值, 最终输出最优序列集 $\mathcal{P}_{\text{best}}$ 。

2.3 算法复杂度分析

在实际应用中, 虽然导频序列和扩频序列的



设计通常采用离线模式，即预先生成序列集并存储于终端设备中，来规避实时计算压力，但是计算复杂度仍是衡量序列设计算法优劣的关键指标。特别是在大规模机器类通信场景中，序列数量 N 和长度 L 急剧膨胀，算法复杂度直接决定了超大规模序列生成的时效性。本文将重点从时间复杂度和空间复杂度两个维度，对比分析 FLC-LOCEDA 与 LOCEDA 的计算开销。

两种算法的核心计算开销主要集中在单次迭代内的两个碰撞解决阶段。假设 L 为序列长度， N 为序列数量， N_S 为时域采样点数，在实际应用中，通常满足 $N_S \geq L$ 。在互相关性优化阶段，算法须计算每对序列之间的位置差向量 $\mathbf{d}_{n,m}$ 及位移向量 \mathbf{u}_n ，对于单个序列 \mathbf{p}_n ，计算其与其他 $N-1$ 个序列的距离及位移，涉及向量加减与内积运算，复杂度为 $O(L \cdot N)$ ，对所有 N 个序列执行此操作，单轮复杂度为 $O(L \cdot N^2)$ ，该阶段执行 K_{val} 轮。在 PAPR 约束满足阶段，算法须检测并修正每个序列针对所有 N_S 个采样点的 PAPR 违例，对于单个序列 \mathbf{p}_n ，计算其与 N_S 个约束向量 \mathbf{w}_s 的距离及位移，复杂度为 $O(L \cdot N_S)$ ，对所有 N 个序列执行此操作，单轮复杂度为 $O(L \cdot N \cdot N_S)$ 。

模糊逻辑控制过程是 FLC-LOCEDA 引入的额外开销，该过程分为模糊化、规则推理和解模糊 3 个阶段，每隔 K_1 次迭代，FLC 执行一次推理。其中，模糊化计算 2 个输入变量对 4 个隶属函数的隶属度，该阶段计算 $2 \times 2 = 4$ 次基本运算；规则推理阶段共有 4 条规则，每条规则有 1 次比较和 3 次赋值，所以该阶段的运算量为 $4 \times (1+3) = 16$ 次基本运算；解模糊阶段采用离散重心法（参考式 (17)），对于 3 个输出变量需要进行 3 次重心计算，假设输出域离散化为 S 个点（MATLAB 中默认通常为 101 点），故运算量为 $3 \times (2S+1) \approx 600$ 次基本运算。将上述各部分相加，单次 FLC 推理的浮点运算次数在 600 到 1 000 次之间。

假设 $L=36$ ， $N=100$ ，在互相关性优化阶段单次迭代的运算次数为 $L \cdot N^2 \approx 360\,000$ ，两者相对比，FLC 引入的计算量在每次迭代中几乎可以忽略不计。

两种算法的总时间复杂度均由主导项决定，所以两种算法的复杂度均为 $O_{\text{total}} \approx O(I_{\text{iter}} \cdot L \cdot N \cdot (N+N_S))$ ，其中 I_{iter} 为算法总循环次数，但是 FLC-LOCEDA 因为引入了 FLC 可以大幅度减少算法循环次数，这意味着 FLC-LOCEDA 在获得自适应参数调节能力的同时，还可以降低时间复杂度。

空间复杂度取决于算法运行所需存储的数据量。序列集存储 N 个长度为 L 的复数序列 \mathcal{P} ，空间复杂度为 $O(L \cdot N)$ ，PAPR 约束向量存储 N_S 个长度为 L 的向量 \mathbf{w}_s ，空间复杂度为 $O(L \cdot N_S)$ 。计算序列间距离须存储 $N \times N$ 的矩阵，最大开销为 $O(N^2)$ ，计算 PAPR 距离须存储 $N \times N_S$ 的矩阵，最大开销为 $O(N \cdot N_S)$ 。FLC 模块仅须存储少量的规则库参数和临时变量（常数级空间）。因此，两种算法的空间复杂度一致，均为 $S_{\text{total}} \approx O(L \cdot (N+N_S) + N^2 + N \cdot N_S)$ 。

分析表明，尽管 FLC-LOCEDA 引入了额外的模糊推理模块，其单次循环的复杂度阶数与原算法保持一致，但大幅减少了循环次数。因此，FLC-LOCEDA 是通过减少总迭代次数 I_{iter} 来降低总时间成本，而非降低单次迭代复杂度，同时还保持了与原算法相同的空间复杂度。

3 性能仿真与分析

本文通过仿真实验从算法性能和算法收敛速度两个方面评估 FLC-LOCEDA，所有仿真均在搭载 Intel Core i7-9750H CPU (2.6 GHz, 16.00 GB RAM) 的计算机上使用 MATLAB 进行。系统参数设置如下：子载波总数 $N_C=1\,024$ ，时域离散采样点数 $N_S=1\,024$ ，分配到子载波的索引向量

$c=[1, 2, \dots, L]^T$ 。算法参数设置如下：LOCEDA 初始化更新步长 $\tau_{\text{seq}} = \tau_{\text{PAPR}} = 0.05$ ，固定碰撞轮数 $K=5$ ；FLC-LOCEDA 初始步长 $\tau_{\text{seq}} = \tau_{\text{PAPR}} = 0.05$ ，后续由 FLC 动态调整，FLC 观测周期 $K_1=20$ ，动态碰撞轮数 K_{val} 为 5，变化范围为 $\{1, 5, 10\}$ 。对于所有算法，随机初始化序列集 $\mathcal{P} = \{\mathbf{p}_n\}_{n=1}^N$ 。每个序列 \mathbf{p}_n 的元素服从标准复高斯分布 $\mathcal{CN}(0, 1)$ ，并进行归一化处理以满足单位范数约束 $\|\mathbf{p}_n\| = 1$ 。最大迭代次数 $I_{\text{max}} = 10^4$ ，停止准则为连续 500 次迭代未更新最优解 μ_{min} 。

本文对 FLC-LOCEDA 进行了综合性能评估，选取新型二元格雷扩频序列构造 (new constructions of binary Golay spreading sequences, NCBGSS)^[9]、二元格雷扩频序列与里德-穆勒码 (binary Golay spreading sequences and Reed-Muller codes, BGSSRMC)^[18]、等角紧框架 (equiangular tight frames, ETF)^[14]、ZC^[11] 和 LOCEDA^[21] 等现有主流算法作为对比对象，由于多数算法在参数配置上缺乏灵活性，本文重点聚焦于 LOCEDA 的对比。同时，本文引入了文献[6]提出的 Welch 界作为理论性能基准。该界定义了在一定序列长度 L 和集合大小 N 下，序列集最大互相关模值的理论下限。 $L=36, N=100$ 时不同算法互相关性与最大 PAPR 的性能权衡对比如图 3 所示，互相关性随序列长度变化的性能曲线 ($N=200$) 如图 4 所示，互相关性随序列数量变化的性能分析 ($L=72$) 如图 5 所示。需要说明的是，图 3、图 4 与图 5 中的 Welch 界均基于同步系统假设，反映了序列集在理想信道下的固有相关性极限，未将非同步传输或多径信道效应等广义因素纳入考量，

$$\Gamma_{\text{bound}} = \sqrt{\frac{N-L}{L(N-1)}}。$$

图 3 在特定的序列长度 ($L=36$) 和序列数量 ($N=100$) 下，比较了不同算法生成的序列在两个关键性能指标上的表现。基准算法 (ZC、ETF、

NCBGSS、BGSSRMC) 在图 3 中表现为垂直的线段，意味着它们缺乏灵活性，且这些算法无法做到在拥有低 PAPR 的同时拥有较低的相关性。FLC-LOCEDA 与 LOCEDA 能够灵活地在低互相关性与低 PAPR 之间进行权衡。当放宽 PAPR 约束时，互相关性迅速下降并逼近 Welch 界。对比 FLC-LOCEDA 与原算法可以发现，FLC-LOCEDA 的曲线大部分位于 LOCEDA 的曲线的下方，这表明在相同的 PAPR 约束下，本文算法能达到更低的相关性。值得注意的是，FLC-LOCEDA 在低 PAPR 约束 (大约 3.5) 的情况下，具有更好的性能。在 PAPR 约束极其严格的时候，LOCEDA 由于参数整定僵化且采用步长耦合更新策略无法感知优化状态，在强约束下往往为了满足 PAPR 而被迫同步压缩优化步长，导致算法过早陷入局部最优，无法进一步降低互相关性。FLC-LOCEDA 引入非线性映射解决了参数僵化问题，并通过多维独立输出的 FLC 系统实现了序列优化步长与约束修正步长的解耦控制。这种机制带给算法在强约束条件下实时调整搜索步长的能力，使算法能够成功跳出局部极值的陷阱，进一步提升了低 PAPR 下的互相关性能。

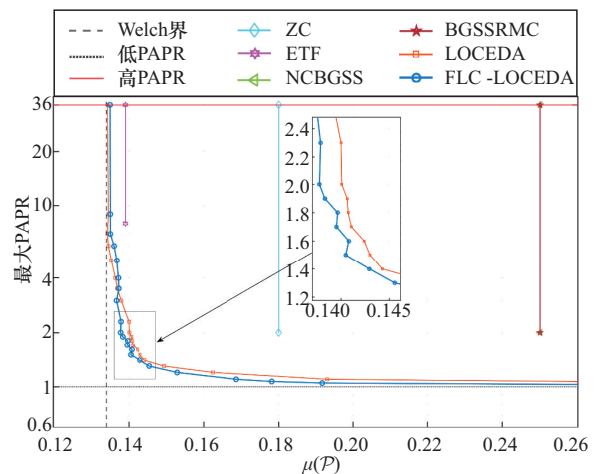


图 3 $L=36, N=100$ 时不同算法互相关性与最大 PAPR 性能权衡对比



图4在序列数量 $N=200$ 和不同序列长度($L=36, 48, 60, 72, 84, 96, 108$)下比较了LOCEDA^[21]与FLC-LOCEDA生成的序列的互相关性,同时还考虑了其满足指定PAPR阈值分别为1.5、2、4时的情况。通过比较发现,FLC-LOCEDA的互相关性总体上低于LOCEDA。特别是在 $\Gamma_{\text{PAPR}}=1.5$ 和 $\Gamma_{\text{PAPR}}=2$ 的情况下,FLC-LOCEDA与LOCEDA的差距最大,这说明FLC-LOCEDA在低PAPR的约束条件下表现了更好的性能,即更低的互相关性。

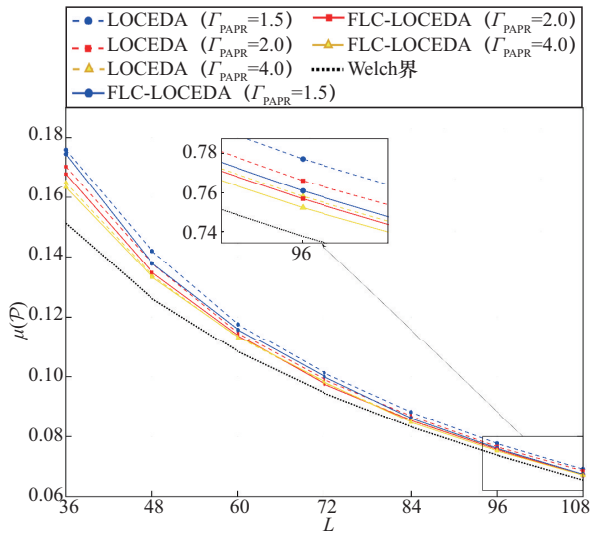


图4 互相关性随序列长度变化的性能曲线($N=200$)

图5展示了在固定序列长度为 $L=72$ 、子载波的索引向量 $\mathbf{c}=[2,4,\dots,2L]^T$ 的条件下,序列数量 N 分别为100、125、150、175、200、225、250、275、300时,不同算法所生成的序列集互相关性 $\mu(\mathcal{P})$ 的变化情况。实验对比了LOCEDA^[21]与FLC-LOCEDA在3种不同PAPR门限 $\Gamma_{\text{PAPR}} \in \{1.5, 2, 4\}$ 下的性能表现,并以Welch界作为理论基准。对比发现,在所有测试的序列数量 N 中,FLC-LOCEDA的实线始终位于对应条件下的LOCEDA的虚线下方。同时与前文的实验现象相同,在低PAPR的约束条件下,FLC-LOCEDA拥有更低的互相关性。

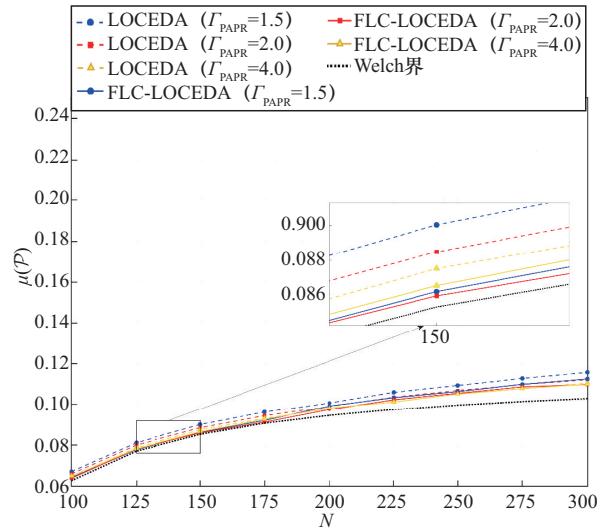
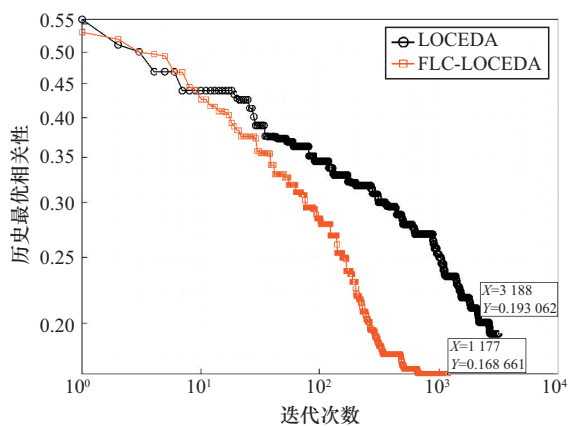


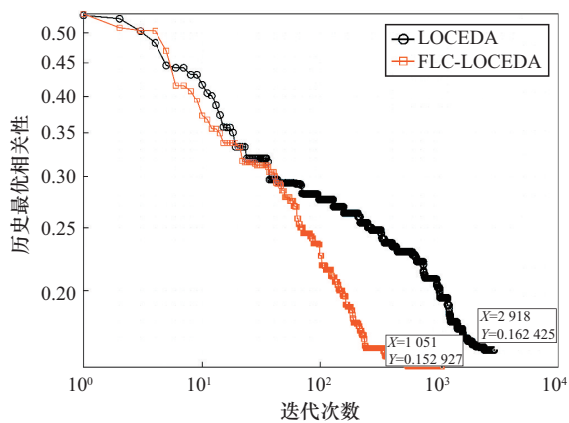
图5 互相关性随序列数量变化的性能分析($L=72$)

图6展示了在固定序列长度 $L=36$ 和序列数量 $N=100$ 时,不同的PAPR约束($\Gamma_{\text{PAPR}}=1.1, \Gamma_{\text{PAPR}}=1.2$)下,LOCEDA^[21]与FLC-LOCEDA的收敛过程对比。从图6可以观察到,FLC-LOCEDA的收敛曲线下降斜率显著大于LOCEDA。从模糊逻辑控制的角度分析,FLC-LOCEDA在迭代初期大约前100次识别到 R_{vio} 较低,自动匹配了较大的 K_{val} 和 τ_{seq} ,实现了变步长加速;在迭代后期接近收敛时,控制器自动切换至小步长精细搜索,避免了固定大步长导致的最优解附近的震荡,从而在保证精度的同时大幅缩减了迭代次数。在 $\Gamma_{\text{PAPR}}=1.1$ 的极端约束场景下,原算法迭代3188次才达到最优相关性 $\mu(\mathcal{P})$ 为0.193062。相比之下,FLC-LOCEDA只用了1177次迭代就达到最优相关性 $\mu(\mathcal{P})$ 为0.168661,迭代次数减少了约63.1%,同时在更少的迭代次数中,FLC-LOCEDA得到的最优互相关性 $\mu(\mathcal{P})$ 比LOCEDA降低了约12.6%。对比可知,当PAPR约束从1.2收紧到1.1,LOCEDA的性能恶化更加明显,最优相关性 $\mu(\mathcal{P})$ 从0.162425提高到了0.193062,提高了约18.9%,而FLC-LOCEDA的最优相关性 $\mu(\mathcal{P})$ 从0.152927提高到了0.168661,只提高了约10.3%。图6的结果有力地证明了无

论是在较严还是极端的 PAPR 约束下，FLC-LOCEDA 都能显著减少收敛所需要的迭代次数，同时在性能上也优于原算法。



(a) $L=36, N=100, \Gamma_{\text{PAPR}}=1.1$



(b) $L=36, N=100, \Gamma_{\text{PAPR}}=1.2$

图6 LOCEDA与FLC-LOCEDA的收敛性能对比

多径信道下最大互相关模值的累积分布函数对比如图7所示。图7的实验模拟了一个典型的频率选择性多径衰落信道模型，用来对比FLC-LOCEDA与LOCEDA所生成的序列在非理想信道下的性能。该信道模型包括一条视距主径和两条非视距反射径，其功率时延分布呈现指数衰减特征，并且引入了随机相位旋转来模拟真实的反射效应。

图7在频率选择性多径衰落信道模型下，比较了FLC-LOCEDA与LOCEDA^[21]生成的序列在接收端最大互相关模值的累积分布函数。参数设

置为 $L=36, N=100, \Gamma_{\text{PAPR}}=1.1$ 。从图7可以看出，FLC-LOCEDA的累积分布曲线整体位于LOCEDA的左侧。这说明在经过多径信道后，本文算法生成的序列出现高互相关干扰峰值的概率更低。这一结果有力地验证了本文提出的FLC-LOCEDA不仅在理想信道条件下的性能优于LOCEDA，而且在复杂的多径信道中性能同样优于LOCEDA。

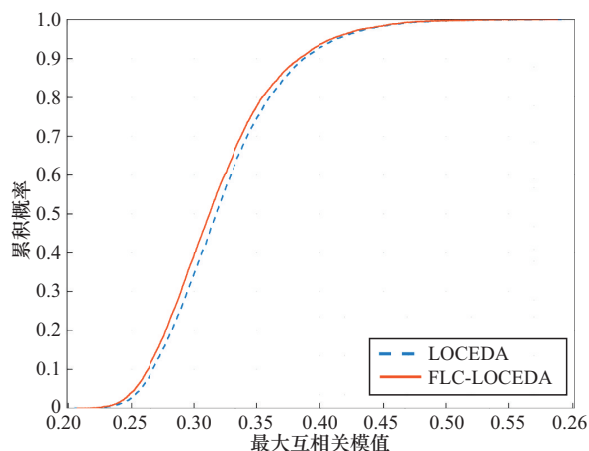


图7 多径信道下最大互相关模值的累积分布函数对比

4 结束语

本文针对现有LOCEDA在复杂约束下缺乏对优化状态的自适应感知能力、收敛速度慢以及性能受限等问题，提出了一种基于模糊逻辑控制的自适应低相关低PAPR序列设计算法。在几乎不增加计算复杂度的情况下，本文所提FLC-LOCEDA在降低序列相关性和提升收敛速度方面均优于LOCEDA，在低PAPR条件下提升更显著。通过FLC-LOCEDA生成的序列在低PAPR的场景下其相关性更低。在实际应用中，低PAPR可以减小功率放大器输入信号的动态范围，避免其进入非线性饱和区，在一定程度上可以提高功率放大器的平均功率，而且不必为了防止峰值失真进行大幅度的功率回退。同时，低相关性可以增强多载波无线通信系统的抗干扰能力以及提升



系统容量, 算法收敛速度的加快不仅节约了离线设计的计算资源, 更为未来通信系统中应对动态环境的大规模序列在线重构提供了技术支持。仿真结果也验证了 FLC-LOCEDA 的有效性, 其整体性能优于 LOCEDA。未来的研究将探索 FLC-LOCEDA 在各种实际场景 (如 OFDM) 中的应用, 并对误码率、信道估计方差以及系统吞吐量等系统级指标进行分析。

参考文献:

- [1] Xu W, Yang Z H, Ng D W K, et al. Edge learning for B5G networks with distributed signal processing: semantic communication, edge computing, and wireless sensing[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2023, 17(1): 9-39.
- [2] Sun G L, Li Y N, Yi X P, et al. Massive grant-free OFDMA with timing and frequency offsets[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(5): 3365-3380.
- [3] Imori H, Takahashi T, Ishibashi K, et al. Grant-free access via bilinear inference for cell-free MIMO with low-coherence pilots[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(11): 7694-7710.
- [4] Yu N Y, Yu W. Joint activity and data detection for massive grant-free access using deterministic non-orthogonal signatures[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2024, 23(8): 9474-9487.
- [5] Ge X C, Shen W Q, Xing C W, et al. Training beam design for channel estimation in hybrid mmWave MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(9): 7121-7134.
- [6] Welch L. Lower bounds on the maximum cross correlation of signals[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1974, 20(3): 397-399.
- [7] Cai T T, Wang L. Orthogonal matching pursuit for sparse signal recovery with noise[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(7): 4680-4688.
- [8] Tomasi B, Decurninge A, Guillaud M. SNOPS: short non-orthogonal pilot sequences for downlink channel state estimation in FDD massive MIMO[C]//*Proceedings of the 2016 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*. Piscataway: IEEE Press, 2016: 1-6.
- [9] Yu N Y. Non-orthogonal golay-based spreading sequences for uplink grant-free access[J]. *IEEE Communications Letters*, 2020, 24(10): 2104-2108.
- [10] Liu K Q, Zhou Z C, Adhikary A R, et al. Large sets of binary spreading sequences with low correlation and low PAPR via gold functions[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2024, 70(7): 5309-5322.
- [11] Yu N Y, Lee K, Choi J. Pilot signal design for compressive sensing based random access in machine-type communications[C]//*Proceedings of the 2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*. Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-6.
- [12] 李英善, 段燕辉, 王猛, 等. 一种降低 OFDM 系统峰均比的循环反馈 SLM 方法[J]. *重庆邮电大学学报(自然科学版)*, 2014, 26(1): 49-53.
Li Y S, Duan Y H, Wang M, et al. A new SLM method with feedback searching for OFDM system[J]. *Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition)*, 2014, 26(1): 49-53.
- [13] 周杰, Esono E M B, 王学英, 等. 基于 SLM-PTS 算法融合的 NC-OFDM 峰均比优化[J]. *电信科学*, 2022, 38(7): 63-74.
Zhou J, Esono E M B, Wang X Y, et al. PAPR optimization based on SLM and PTS algorithms in NC-OFDM systems[J]. *Telecommunications Science*, 2022, 38(7): 63-74.
- [14] Tropp J A, Dhillon I S, Heath R W, et al. Designing structured tight frames via an alternating projection method[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(1): 188-209.
- [15] Tahir B, Schwarz S, Rupp M. Constructing Grassmannian frames by an iterative collision-based packing[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2019, 26(7): 1056-1060.
- [16] Ma J, Xue E Z, Dong X L. New pilot signal design on compressive sensing based random access for machine type communication[C]//*Proceedings of the 2020 IEEE 8th International Conference on Information, Communication and Networks (ICICN)*. Piscataway: IEEE Press, 2020: 69-73.
- [17] Tian L Y, Liu T, Li Y B. New constructions of binary Golay spreading sequences for uplink grant-free NOMA[J]. *IEEE Communications Letters*, 2022, 26(10): 2480-2484.
- [18] Yu N Y. Binary Golay spreading sequences and reed-muller codes for uplink grant-free NOMA[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2021, 69(1): 276-290.

- [19] Quayum A, Minn H, Kakishima Y. Non-orthogonal pilot designs for joint channel estimation and collision detection in grant-free access systems[J]. IEEE Access, 2018, 6: 55186-55201.
- [20] Quayum A, Minn H. Compressed sensing based non-orthogonal pilot designs for multi-antenna grant-free access systems[J]. IEEE Open Journal of the Communications Society, 2020, 1: 242-262.
- [21] Sun G L, Wang W J, Xu W, et al. Low-coherence sequence design under PAPR constraints[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2024, 13(12): 3663-3667.
- [22] 丁亚青, 吕建鸿, 王中鹏. 一种降低 OFDM 系统 PAPR 的改进限幅噪声压缩方法[J]. 电讯技术, 2022, 62(11): 1691-1696.
Ding Y Q, Lyu J H, Wang Z P. An improved clipping-noise compression method for reducing PAPR of OFDM systems[J]. Telecommunication Engineering, 2022, 62(11): 1691-1696.
- [23] Sun K K, Mou S S, Qiu J B, et al. Adaptive fuzzy control for nontriangular structural stochastic switched nonlinear systems with full state constraints[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019, 27(8): 1587-1601.

[作者简介]



郭晓金 (1974—), 男, 博士, 重庆邮电大学通信与信息工程学院副教授, 主要研究方向为移动通信物理层算法仿真及软件开发。



雍鸣洁 (2001—), 男, 重庆邮电大学通信与信息工程学院硕士生, 主要研究方向为移动通信物理层算法、OFDM 系统。



王泽宇 (2002—), 男, 重庆邮电大学通信与信息工程学院硕士生, 主要研究方向为移动通信物理层算法、OFDM 系统。